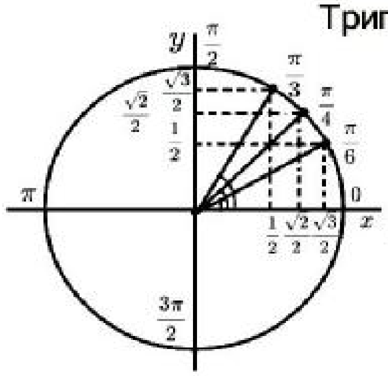
Приложение 2

Образовательный минимум

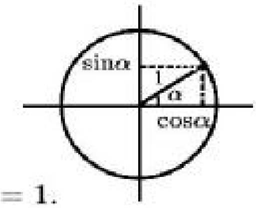
Четверть	**1**
Предмет	**Алгебра и начала математического анализа**
Класс	**11**

Повторение тригонометрии

Тригонометрия



$\cos\alpha = x$,
$\sin\alpha = y$,
$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$,



1) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1.$

$sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha},$

$\cos\alpha = \pm 1\sqrt{1-\sin^2\alpha},$

2) $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, $sin(-\alpha) = -\sin\alpha.$

1. **Основные тождества**

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$	$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$ $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

2. **Формулы сложения**

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$	$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

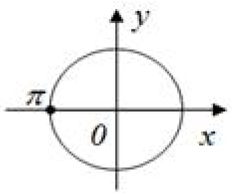
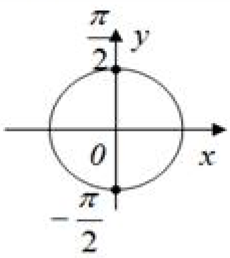
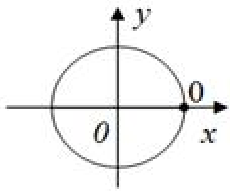
3. **Формулы двойного аргумента**

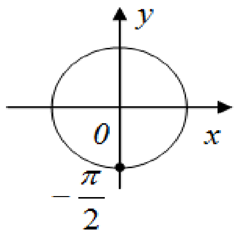
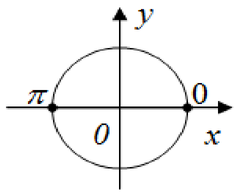
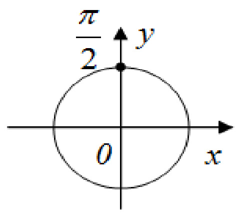
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$	$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

4. **Простейшие уравнения**

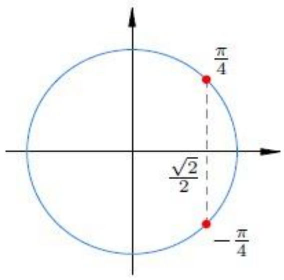
$\boldsymbol{sinx = a}$ $(\boldsymbol{-1 \le a \le 1})$ $x = (-1)^n arcsina + \pi n, n \in Z$ или $\left[\begin{array}{l} x = arcsina + 2\pi n, n \in Z \\ x = \pi - arcsina + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right.$	$\boldsymbol{cosx = a}$ $(\boldsymbol{-1 \le a \le 1})$ $x = \pm arccosa + 2\pi n, n \in Z$
$\boldsymbol{tgx = a}$ $x = arctga + \pi n, n \in Z$	$\boldsymbol{ctgx = a}$ $x = arcctga + \pi n, n \in Z$

Примеры уравнений:

$a=-1$ $\cos x=-1$ $x=\pi+2\pi k, \quad k\in Z$	$a=0$ $\cos x=0$ $x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k\in Z$	$a=1$ $\cos x=1$ $x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k\in Z$
		

$a=-1$ $\sin x=-1$ $x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k\in Z$	$a=0$ $\sin x=0$ $x=\pi k, \quad k\in Z$	$a=1$ $\sin x=1$ $x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k\in Z$
		

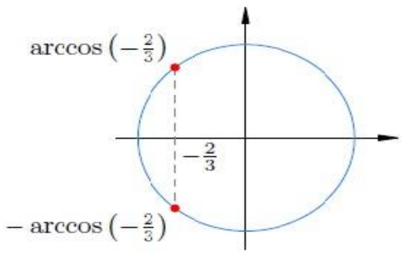
$$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$



$$x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$$

11. $\cos x=-\dfrac{2}{3}$.

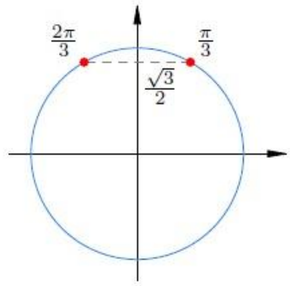
Имеем вертикальную пару точек с абсциссой $-2/3$:



Записываем ответ:

$$x=\pm\arccos\left(-\frac{2}{3}\right)+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$$

$\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.



$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + 2\pi n, \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}; \end{array}\right.$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

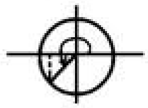
4) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{5}}{2}$; поскольку $\sqrt{5} > 2$, а значит, $\left|-\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right| > 1$,
то уравнение решений не имеет.

5. Правило для формул приведения

$a)$ Если $(\pi \pm \alpha)$, $(2\pi \pm \alpha)$, то ф-я остается без изменений.
Если $\left(\dfrac{\pi}{2} \pm \alpha\right)$, $\left(\dfrac{3\pi}{2} \pm \alpha\right)$, то ф-я меняется на противоположную.

$\delta)$ Знак преобразованной ф-ции определяется по знаку исходной ф-ции на тригонометрическом круге.

- $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$

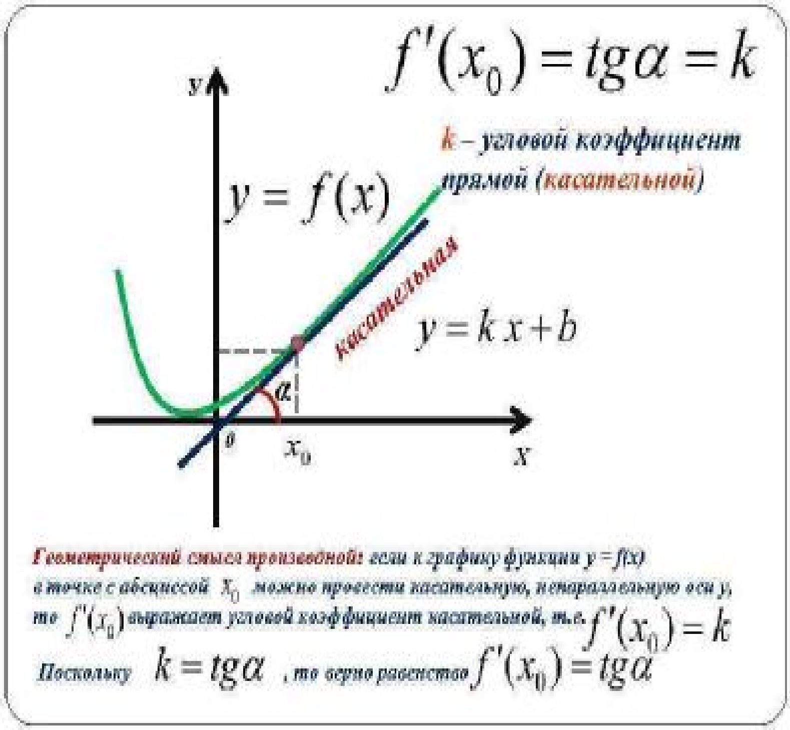


Образовательный минимум

Четверть	**2**
Предмет	**Алгебра и начала математического анализа**
Класс	**11**

Дифференциальное исчисление.Правила дифференцирования.

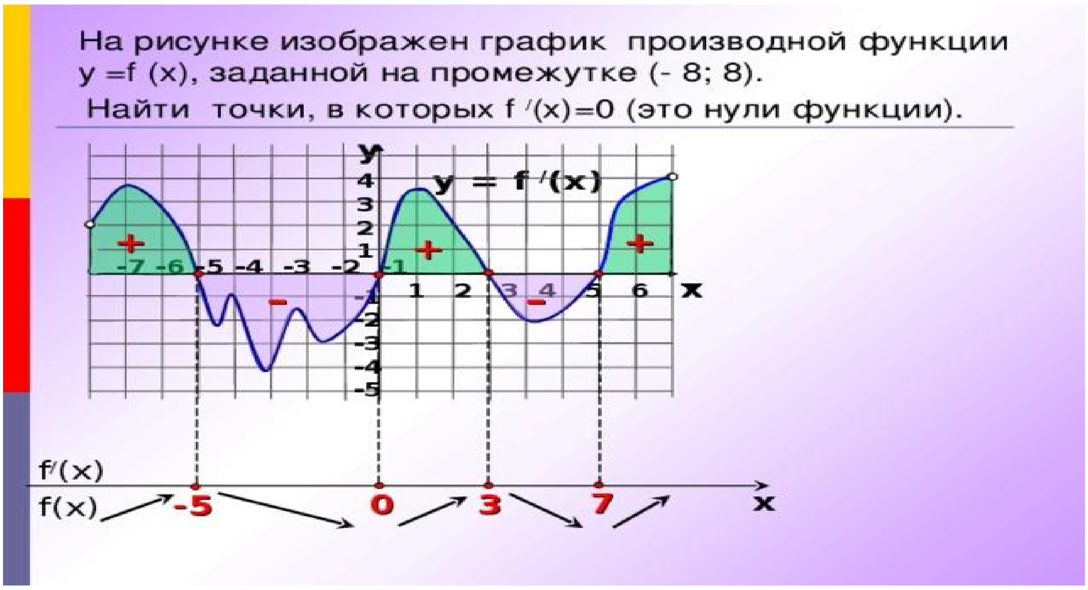
Производная суммы: $\left(f(x)+g(x)\right)'=f'(x)+g'(x)$ $(x^4+4x)'=4x^3+4$	***Производная произведения:*** $\left(f(x)\cdot g(x)\right)'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$ *Следствие:* $\left(C\cdot f(x)\right)'=C\cdot f'(x)$ *,где C-const* $(x^2\sin x)'=(x^2)'\sin x+x^2(\sin x)'=$ $=2x\sin x+x^2\cos x$
Производная частного: $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)'=\dfrac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$ $f'(x)=\left(\dfrac{x}{x^2+4}\right)'=\dfrac{(x)'\cdot(x^2+4)-x\cdot(x^2+4)'}{(x^2+4)^2}=\dfrac{x^2+4-x\cdot 2x}{(x^2+4)^2}=\dfrac{4-x^2}{(x^2+4)^2}$ $f''(x)=\left(\dfrac{4-x^2}{(x^2+4)^2}\right)'=\dfrac{(4-x^2)'\cdot(x^2+4)^2-(4-x^2)\cdot((x^2+4)^2)'}{(x^2+4)^4}=$ $=\dfrac{-2x\cdot(x^2+4)^2-(4-x^2)\cdot 2(x^2+4)\cdot 2x}{(x^2+4)^4}=\dfrac{-2x\cdot(x^2+4)-(4-x^2)\cdot 2\cdot 2x}{(x^2+4)^3}=$ $=\dfrac{-2x(x^2+4+2(4-x^2))}{(x^2+4)^3}=\dfrac{-2x(x^2+4+8-2x^2)}{(x^2+4)^3}=\dfrac{-2x(12-x^2)}{(x^2+4)^3}=\dfrac{2x(x^2-12)}{(x^2+4)^3}=0$	***Производная сложной функции:*** $(f(g(x)))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$ $(\sin(4x+8))=\cos(4x+8)\cdot(4x+8)'=$ $=\cos(4x+8)\cdot 4=4\cos(4x+8)$

Таблица производных:	**Геометрический смысл производной:**
$(c)' = 0, \quad где \quad c - const$ $(kx+b)' = k$ $\left(x^p\right)' = px^{p-1}$ $\left(e^x\right)' = e^x;\quad \left(a^x\right)' = a^x \ln a$ $(\ln x)' = \dfrac{1}{x};$ $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	

1.Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала (a;b), то функция возрастает на нем.

2. Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала(a;b), то функция убывает на нем.

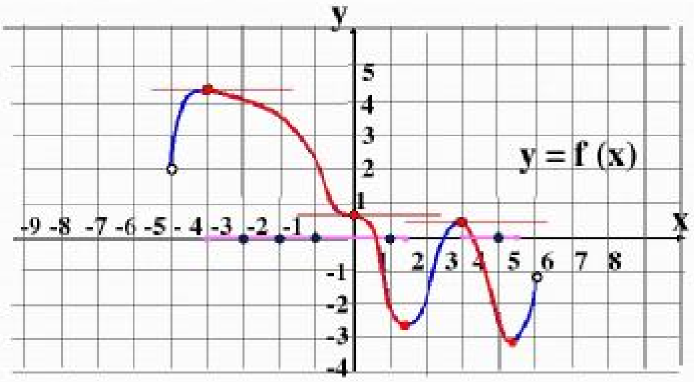
Точки максимума и минимума называют **точками экстремума функции**.
Значение функции в точке экстремума называют **экстремумом функции**.



На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-5; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение: 1. $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



Ответ: 5

Образовательный минимум

Четверть	**3**
Предмет	**Алгебра и начала мат. анализа**
Класс	**11**

Интегральное исчисление. Правила интегрирования.

Пусть *F(x)* и *G (x)* –первообразные соответственно функций *f(x)*и *g (x)*на некотором промежутке. Тогда:

1.$F(x) \pm G(x)$– первообразная функции $f(x) \pm g(x)$

2. $a \cdot F(x)$ – первообразная функции $a \cdot f(x)$

3.$\frac{1}{k} \cdot F(kx+b)$– первообразная функции $f(kx+b)$

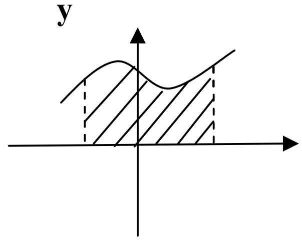
Таблица первообразных:

$f(x)$	$F(x)$+C
a (a – некоторое число)	$ax + c$
$x^p, p \neq -1$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$ln\|x\|$+C
$sinx$	$-cosx + C$
$cosx$	$sinx + C$
e^x	$e^x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

Формула Ньютона-Лейбница: y

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

Sy=f(x)



где $F(x)$— одна из первообразных функции $f(x)$ a bx

Образовательный минимум

Четверть	**4**
Предмет	**Алгебра и начала математического анализа**
Класс	**11**

Логарифмы

Определение

$\boldsymbol{\log_a b = x}$, если $\boldsymbol{a^x = b}$

$\boldsymbol{a} > 0, a \neq 1; b > 0$

$\log_3 x = 5$

По определению логарифма

$x = 3^5$

$x = 243$

Основное логарифмическоетождество: $a^{\log_a b} = b$

Десятичные и натуральные логарифмы: $\log_{10} b = \lg b$ $\log_e b = \ln b$

Свойства логарифмов:

$a > 0; a \neq 1$

1) $\log_a 1 = 0$
2) $\log_a a = 1$
3) $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$; $b > 0, c > 0$
4) $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$; $b > 0, c > 0$
5) $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$; $b > 0$
6) $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$; $b > 0$; $k \neq 0$
7) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; $c > 0; c \neq 1; b > 0$
8) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; $b > 0; b \neq 1$

Решить уравнение $\log_3(x^2 + 6) = \log_3 5x$.

Решение:

$\log_3(x^2 + 6) = \log_3 5x \Leftrightarrow (x^2 + 6) = 5x$

$x^2 + 6 > 0$; $5x > 0$

$(x^2 + 6) = 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 2$; $x_2 = 3$

$x_1^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10 > 0$ $5x_1 = 5 \cdot 2 = 10 > 0$

$x_2^2 + 6 = 3^2 + 6 = 9 + 6 = 15 > 0$ $5x_2 = 5 \cdot 3 = 15 > 0$

Ответ: 2; 3.